

「Mod 1 3 スピード」のルールとテクニック

H 2 - 4 下尾 知

1. 「Mod 1 3 スピード」とは

(1) 「スピード」のルール

「Mod 1 3 スピード」は、「スピード」という二人プレイトランプゲームを数学的にアレンジしたものである。「スピード」を知っている人は多いと思うが、とりあえず「スピード」のルールを説明していこう。

1. 2人のプレイヤーは向かい合って座り、対戦する。
2. ジョーカーを除いた(※1)52枚のトランプを、絵柄を見ながら赤(ハートとダイヤ)と黒(スペードとクラブ)の2組に分け、両者が1組ずつ持つ。
3. プレーヤーは自分が持っているカードを、裏を上にしてよくシャッフルする。シャッフルし終わったら、シャッフルしたカードを相手に渡す。
4. プレーヤーは自分の前の場に表向きに4枚のカードを置く(場札※2)。残りは裏のまま持つ(手札)。この時点で場は図①のようになる。

図①

場札 場札 場札 場札

場札 場札 場札 場札

5. 「スピード」または「いっせーの」という掛け声で、手札の一番上のカードを、自分の場札と相手の場札の間(場の中央付近)に、2人同時に置く(台札)。この時点での場は図②。2つの台札が出来ることになる。この時、2人とも6.の動作に移れない場合は、どちらかが出せるようになるまで行う。

図②

場札 場札 場札 場札

台札 台札

場札 場札 場札 場札

6. 場札の中に台札と一つ違いのカード(KとAは一つ違いとみなす)があれば、場札をその台札に重ねて置くことができ、その場札が新しい台札となる。場札が3枚以下になったら、手札から補充して4枚にする。(ただし、必ずしも補充しなくてもよい)
7. どちらのプレイヤーも前項の操作を続けることができない場合、もう一度5.から

始める。

8. こうして早く自分の手札と場札を無くしたプレイヤーが勝ち。同時の時は引き分け。

※1 地域によってはジョーカーを全ての数字の代用として使えるとする事もある。

※2 地域によっては場札に同じ数字のカードがある場合それら2つのカードをかさねて1つのカードとしてみなす事もある。

(フリー百科事典「ウィキペディア Wikipedia」より一部改変)

以上の説明でわかるだろうか。他にも、手札がなくなったとき、左手を使っていいのかわりかはプレイヤー同士事前に話し合っておかなければならない。これをふまえた上で「Mod 1 3 スピード」のルールを説明していこう。

(2) 「Mod 1 3 スピード」のルール

「Mod 1 3 スピード」のルールは「スピード」とほぼ同じだが、違いがいくつかある。

1つ目の違いは、トランプの数字が表す意味である。「Mod 1 3 スピード」では、差が1 3の倍数である数同士を同一視する。つまり、 $1 \equiv -1$ $2 \equiv 1$ $4 \equiv 7$ 9 と考えるのだ。数学术語では、「2つの整数 a, b は、 $a - b$ が n で割り切れるとき、 n を法として合同である」と言い、このことを式で $a \equiv b \pmod{n}$ と表すのだが、これが「Mod 1 3 スピード」の名前の由来である。(ここでは $1 \equiv -1$ $2 \equiv 1$ $4 \equiv 7$ 9 と書いたが、今後はこのような \equiv を \equiv で表す)

2つ目の違いは、場札を台札に出せる条件である。「Mod 1 3 スピード」では、2つの台札の数が a, b であるとき、 $c \equiv (a + b, a - b, b - a, a \times b, a \div b, b \div a)$ のいずれか) であるような数 c が場札にあれば、それを任意の側の台札に出す事が出来る。例えば、台札が4, 7のとき、 $4 + 7 = 11$, $4 - 7 = -3 \equiv 10$, $7 - 4 = 3$, $4 \times 7 = 28 \equiv 2$, $4 \div 7 \equiv 5$ $6 \div 7 = 8$, $7 \div 4 \equiv 2$ $0 \div 4 = 5$ であるから、場札に11, 10, 3, 2, 8, 5のいずれかがあればその内の1つを台札の4, 7のどちらにでも置く事が出来る。ちなみにわり算において、答えが一つに定まるのか、という疑問が出るかも知れないが、そのことは後に証明しようと思う。

3つ目の違いは、ジョーカーの扱いだ。ジョーカーはいつでも任意の側の台札に出す事ができ、ジョーカーが出された後は、出した人がジョーカーの上に任意の場札を置くまで、出した人は手札から場札を補充することもジョーカーを出してない方の台札の上に場札を出すことも出来ず、相手は場札を台札に出す事ができない。ジョーカーの上に場札を置かれたら普通にゲームを続行する。

以上3つの違い以外は「スピード」とルールは同じ。最初は頭の中がこんがらがること多いだろうが、慣れていけばだんだんスピードが上がってくるので面白くなる。そこで、より楽しんで頂くために次のページからスピードを上げるテクニックを教えていこう。

2. 「Mod 13 スピード」のテクニック

(1) 逆元を使おう

「Mod 13 スピード」を上達するにあたってまず必要になるのは、逆元を覚え、使えるようになることである。では逆元とは一体なんなのか説明していきたいと思う。

$a \neq 13$ のとき、 $a \times b \equiv 1 \pmod{13}$ となる b を a の逆元と言う（このとき、 a も b の逆元である）。ここで、 a の逆元が b ただ一つに定まることを証明してみよう。

証明

$a \times 1, a \times 2, \dots, a \times 12, a \times 13$ の 13 個を考える。

$a \times x \equiv a \times y$ とすれば、 $a(x-y)$ が 13 で割れる事になり、

13 が素数で $a \neq 13$ より $x-y$ が 13 で割れる、つまり $x=y$ 。

よって $a \times 1, a \times 2, \dots, a \times 12, a \times 13$ の 13 個は全て異なる。

よって、 $1, 2, \dots, 13$ に対応する逆元が 1 つずつある。特に、どれかは 1 である。

ゆえに、 b は $1 \sim 13$ のどれかであり、 a の逆元は b のみである。(q.e.d)

さて、ある数に対し逆元が一つに定まることが証明されたところで、 $1 \sim 12$ の逆元をそれぞれ書いておこう。

1 の逆元は $1 \times 1 = 1$ より 1。

2 の逆元は $2 \times 7 = 14 \equiv 1$ より 7。

3 の逆元は $3 \times 9 = 27 \equiv 1$ より 9。

4 の逆元は $4 \times 10 = 40 \equiv 1$ より 10。

5 の逆元は $5 \times 8 = 40 \equiv 1$ より 8。

6 の逆元は $6 \times 11 = 66 \equiv 1$ より 11。

7 は 2 の逆元なので、7 の逆元は 2。

8 は 5 の逆元なので、8 の逆元は 5。

9 は 3 の逆元なので、9 の逆元は 3。

10 は 4 の逆元なので、10 の逆元は 4。

11 は 6 の逆元なので、11 の逆元は 6。

12 の逆元は $12 \times 12 = 144 \equiv 1$ より 12。

また、先ほど後回しにしていた、わり算で答えが 1 つに定まるのか、という疑問も解決しておこう。 a' が a の逆元であるとき、 $a \equiv 1/a'$ が成り立つので、 $b \div a \equiv b \times a'$ である。ゆえに $b \div a$ は一つに定まる。このわり算をかけ算になおして計算するやり方は、分母が 2, 3 のように小さな数では無い場合、 $b \div a$ を割り切れるように探して計算するやり方より断然早い(分母が 2, 3 の場合、 $b \div a$ を割り切れるように探して計算するやりの方が早い)。さらに、 $a \div b \equiv 1/(b \div a)$ より、 $a \div b$ が $b \div a$ の逆元であることがわかる。

例えば 5, 4 が台札に出ているとき、 $5 \div 4 \equiv 44 \div 4 = 11$, $4 \div 5 \equiv 30 \div 5 = 6$

を見つけて計算するよりも、 $5 \div 4 \equiv 5 \times 10 \equiv 11$ 、 $4 \div 5 \equiv 1 / 11 \equiv 6$ という風に計算する方が楽であり早いことがわかるだろう。だから、逆元を覚えることはわり算の計算を早くする最も効果的な方法なのである。

(2) 先を読もう

「Mod 13 スピード」は基本的に状況がめまぐるしく変化していき、その場で素早く出せる数字を見つけ、どちらでもいいからとりあえず出すというのが普通である(ただし、上手な人は素早く適切な方に出してくる)。ところが、普通より長く考えられる特別な時が4種類あり、それぞれに応じた先読みが必要になる。

① 自分がジョーカーを出したとき

この場合、相手も読んでくるので、できるだけ早く考える。とりあえず自分が2, 3枚連続で出せるもの探しだし、それを一気に出してしまおう。

② 相手がジョーカーを出し、何を出すか悩んでいるとき

この場合、相手は①の状態のため、おそらく2, 3枚連続で出せるものを出してくるはず。だから、相手が連続で出すのを防ぐため、相手が何を出してもすぐに出せるように考えておく。ちなみに①と同じくできるだけ早く考えよう。

③ ラストの局面で、相手に出せるカードがなく (相手は残り1, 2枚であることが多い)、自分には数枚出せるカードがあるとき

この場合、①や②の場合よりも丁寧に考える必要がある。自分と相手の残り枚数の差が少ないならば、たいていの場合相手に出させないようにしながら自分の場札を全て出すことが可能であるから、ゆっくり考えても問題ない。しかし、自分と相手の残り枚数の差が多いならば、相手に出させないようにしながら自分の場札を全て出すことが難しいので、相手に読まれない内にできるだけ多くのカードを出さなければならない。

④ ラストの局面で、自分に出せるカードがなく (自分は残り1, 2枚であることが多い)、相手には数枚出せるカードがあるとき

この場合、やることはただ一つだ。相手が間違っ自分が出せるカードを出した場合を想定して、相手が何をどっちに出したら自分が出せるのかを把握していく。

(3) その他のテクニック

ここでは説明はほとんど必要ないが、重要であるテクニックを紹介しよう。

① ジョーカーは惜しまない

このゲームは相手の流れになったらどんどん差をあけられてしまう。だから相手に連続で出されて自分が混乱してしまったら、勿体ないと思わずにジョーカーを使ってしまおう。

② 大きい数は小さい数に直そう

かけ算を計算するとき、大きい数が出てきたら苦勞するだろう。そんなときにはその大きい数から13を引いて負の小さな数にしてしまえばよい。例えば、 11×12 を計算するとき、 $11 \times 12 = 132 = 13 \times 10 + 2 \equiv 2$ と計算するよりも、 $11 \times 12 \equiv (-2) \times (-1) = 2$ と計算してしまった方が早い。

かけ算においては、 $8 \equiv (-5)$, $9 \equiv (-4)$, $10 \equiv (-3)$, $11 \equiv (-2)$, $12 \equiv (-1)$ と置き換えると楽になる(7も-6に置き換えても良いが、普通に計算してもあまり変わらないと思われる)。また、足し算・引き算においても11, 12はそれぞれ-2, -1に直して考えると良いだろう。

③ $a-b$ から $b-a$ を出そう

引き算を考えると、まず $a-b$ を計算する。その次に $b-a$ を考えるだろう。その時に $b-a = -(a-b) \equiv 13 - (a-b)$ を使う。例えば7, 2が台札に出ているとき、まず $7-2=5$ が出せることがわかる。そしてその次に $2-7$ を計算するのではなく、 $13-5$ を計算して8が出せることを求めるのだ。

④ 混乱したらとりあえず固めよう

台札が13,13の時は、待ちはジョーカーか13のみ。自分も相手も何も出来ない状態になる。これが「固め」である。場の流れに思考がついていかなくなった時は、固めてしまうのも手だ。

⑤ これだけは覚えよう

その場で考えるよりも覚えておいた方が有利になるものを下に列記しておく。

- ・台札が足して13だったとき、12は必ず出せる。
- ・台札が13, 13のとき、出せるカードは13のみである。
- ・台札が13, $a(a \neq 13)$ のとき、出せるカードは13, a , $13-a$ の3つである。
- ・台札が1, $a(a \neq 13)$ のとき、出せるカードは $a-1$, a , $a+1$, $14-a$, $1/a$ である。

3. まとめ

いままで「Mod 1 3 スピード」のテクニックをいろいろと紹介したが、たとえそれらのテクニックを知っていたとしても、それらを使えるようにならなければ意味がない。そのためには、経験を積み重ねていかなければいけないのだが、このゲームは二人で対戦するものなので、相手がいなければどうしようもない。また、実力に差があるよりも同じぐらいの実力を持つ相手の方がゲームも面白くなるため、もし始めようと思うのなら自分と同じ初心者を見つけ、互いに競い合っていくことをおすすめする。このゲームは始めの内は全然出来ないものの、やればやるほどみるみる上達していく。Mod 1 3 スピード歴1日の人と2日の人では実力の差は明らかだ。ある程度自分が強くなったと思ったら、今度は強い人と対戦して、相手の良いところを吸収するのもよいだろう。たとえ自分が一番強かったとしても、天狗にならず、弱い人相手にハンデをつけて勝負するなど、自分を日々磨き上げて頂きたい。

4. あとがき

ふう～、やっと書き終わりました。読み返してみれば長いような短いような……いや、短いですね。私からすると8枚とか10枚とか書く人の気が知れません。この文章をあと2枚分増やそうとするなら、どうすればいいのでしょうか。

- ①図をもっと入れる
- ②全ての台札の組み合わせにおいて出せるカードの一覧を書く
- ③字をでかくする
- ④あとがきを増やす

①・②・③はあまりにもせこすぎるので却下、④は私の実力では無理です。あえてやるとしたら、①か③ですかね。でも私はめんどくさいのでやりません。結局はやる気の問題なんですよね。きっと8枚とか10枚とか書く人はやる気に満ちあふれているのでしょう。

それはさておき、何故私がこれを書こうと思ったかと言いますと、去年我が数学研究部で「Mod 1 3 スピード」が大ブレイクいたしまして、私もこれにはまってしまったわけです。さらには、今年の文化祭ではプログラムの展示に「Mod 1 3 スピード」をやるということになり、これは書くしかないと思いました。まあ展示プログラム「MSpeed」ではCPUとの対戦になるため、ここで書いているテクニックの一部は使えなくなってしまうのですが…。それでもこれを読んでもくれた人ならたかがCPUごときすぐに勝ってくれるでしょう。

最後に、ここまで読んで頂き誠にありがとうございます。これを読んで「Mod 1 3 スピード」って楽しそうと思ったら、家族や友達にどんどん広めちゃってください。ではまた来年、私が部誌を書いていればお会いしましょう。