第13回 灘中入試模試

時間は無制限!! 難しいけどじっくり考えて下さい!!

質問・採点はお気軽に受付までおこし下さい。

懸賞あり!?

1 次の条件をみたす2009の倍数で最小のものは□である。

条件：いくつかの連続した1桁の整数を並べ変えた形になっている。ただし0は含まない

(例：2543, 67598 など)

2 次の条件をみたす2009の倍数で最小のものは2009に□をかけたものである。

条件：この数を7進法でみた数の表示を10進法でみても2009の倍数である。

(例：$2434_{(10)} = 10045_{(7)}$ だが、10045は2009の倍数)

3 「2009」は「にせんきゅう」と読むが、この中に読まれている「にせん」と「きゅう」という2つの数を数字にかえて並べて書くと「20009」という数ができる。

この操作に従うと「1234」は「1000200304」、「707」は「7007」になる。

この操作を行ってできる数と元の数との差の値が6桁か7桁になるような元の数として考えられるのは全部で□個ある。

(例：「2009」→「20009」で 20009 − 2009 = 18000 だから 5桁)

4 1〜96の数字の書かれた球がそれぞれ1個ずつあり、2つの整数M, Nを1以上96以下になるようにとる。

(ただし、MはNよりも大きいものとする。)

今、1〜Mの数字が書かれたM個の球の中から、N個の球を選ぶような場合の数を考える。(これを ${}_M C_N$ とかくことにする。ただし、N個の球を選ぶ順番は問わない。)

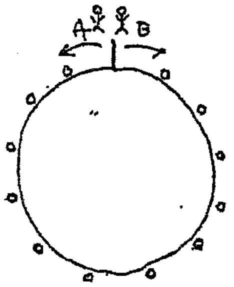
このとき、この場合の数 ${}_M C_N$ の値が偶数になるような整数の組(M, N)は全部で□組ある。

5 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, … はフィボナッチ数列といい、どの数も直前の2つの数を足したものに等しい。

このとき、$1\times1+1\times1+2\times2+3\times3+5\times5+\cdots+2584\times2584+4181\times4181=$ □

ただし、1, 1, 2, 3, 5, …, 2584, 4181 はフィボナッチ数列である

6 右図のような1周1300mの円形の歩道があり、A、Bの2人がスタート地点に立っている。今、円周の13等分点のうち、スタート地点を除く12ヵ所にボールが置かれており、AとBはともに毎秒1mで同時に反対方向へ歩き始めた。2人ともどのボールを拾ってもいいが、拾った瞬間に反転して同じ速さで歩く。また、ボールを拾ってから歩道を1周するまでに新しいボールを拾わなければならない。このとき、AとBが再び出会うのは最長でも、スタートしてから□秒後である。



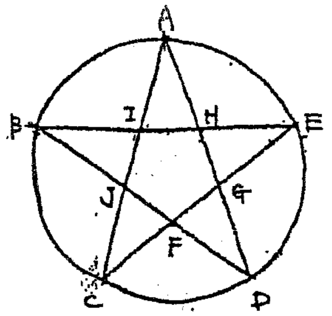
7 1～6の整数が1つずつあり、適当に横一列に並べる。そのような並べ方は6!通りあるが、以下の操作を6!通り全ての並べ方に対して何度か行って全ての並びを123456にしたい。

操作：隣り合う2つの数をひっくり返す。

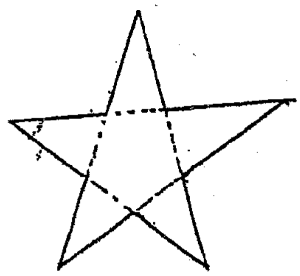
（例：214365 → 124365 → 123465 → 123456 で「214365」に対しては3回）

このとき、最も少なくてのべ□回操作を行うことになる。

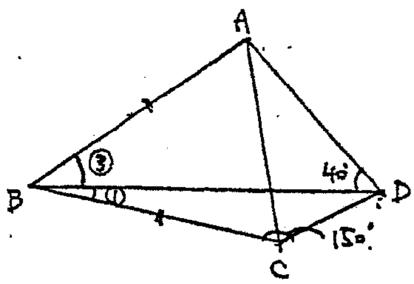
8 右図のような遊歩道があり、
AB、BC、CD、DE、EA間の距離はすべて4m、
AH、AI、BI、BJ、CJ、CF、DF、DG、EG、EH間の距離はすべて3m、
FG、GH、HI、IJ、JF間の距離はすべて2mである。
Aから出発してB～Jの各頂点を1度だけ通って再びAに帰ってくるような道順のうち、道のりが最も短いものは全部で□通りある。



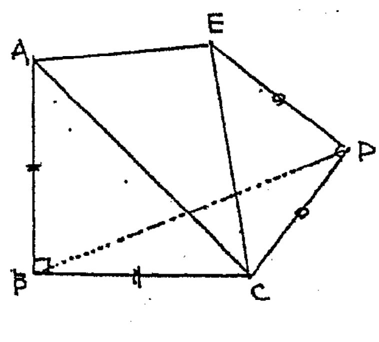
9 右図のような星形十角形があり、辺の長さは全て整数値であり、全て長さは異なる。（単位はcm）
このようなもののうち、辺の長さの総和は□cmのものが最小である。



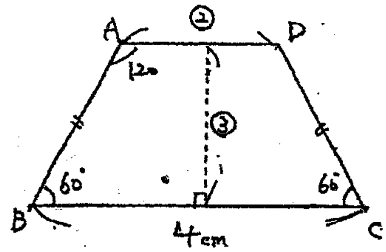
10 右図で、∠ABD：∠DBC＝3：1
∠ADB＝40°、∠BCD＝150°
AB＝BCのとき
∠DAC＝□°である。



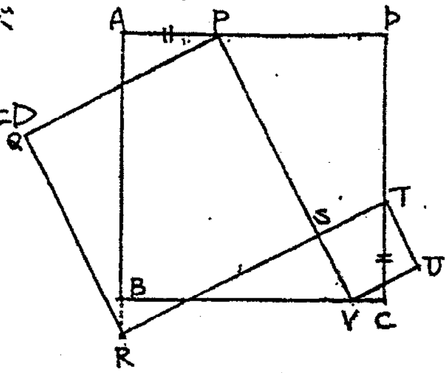
11 右図で、△ABC、△CDEはともに直角二等辺三角形であり、BD＝13cm、CD＝7cmである。また、∠ACE＝20°とする。
このとき、五角形ABCDEの面積は□cm²である。



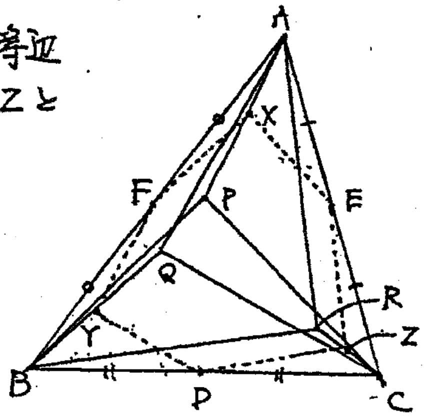
12 右図で、四角形ABCDはAB=DCの等脚台形で、∠ABC=∠BCD=60°、BC=4cm、ADとBCの距離がADの~~長さ~~の1.5倍のとき、四角形ABCDの面積は□cm²である。



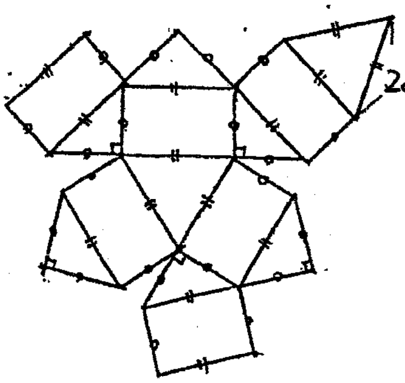
13 右図のように3つの正方形が組み合わさった図形があり、AP=TC、正方形PQRSの面積が1260cm²、正方形STUVの面積が140cm²のとき、正方形ABCDの面積は□cm²である。



14 右図で、△PBC, △QCA, △RABはどれも直角二等辺三角形であり、AP, BQ, CRの中点をそれぞれX, Y, Zとすると、DX=14cm, EY=15cm, FZ=13cmとなり、△XYZの面積は84cm²であった。
六角形DZEXFYの面積は□cm²である。
(D.E.Fはそれぞれ各辺の中点)



15 右図のような正三角形と直角二等辺三角形と長方形からなる展開図を組み立ててできる立体の体積は、1辺1cmの正四面体の体積の□倍である。



解答欄	1	2	3	4	5
			個	組	
	6	7	8	9	10
	秒後	回	通り	cm	度
	11	12	13	14	15
	cm²	cm²	cm²	cm²	倍

作問者

1 大山　2 大山　3 田中　4 西川　5 村上　6 西川　7 黒住　8 山下
9 三谷　10 西川　11 中村　12 北村　13 中村　14 西川　15 廣田

みんな協力ありがとう!!

この灘中入試模試は今年で第13回、去年度までこの企画を担当されていた関要史氏が卒業され、私が引き継がせていただくことになりました。

さて、この企画は"灘中入試模試"という名前がついていますが、正直言って、入試よりはるかに難しいです。スピードや処理能力を求めている入試に比べて、この企画では「問題の質、味わい深さ」を重視しています。中学生以上の予備知識がなくても、面白い問題はできるんだ！ということを感じていただければこれ以上のことはありません。くれぐれも、"灘中入試模試"というネーミングに引きずられないようにして下さいね。

前述したように、この入試模試は、算数の面白さを伝えたい!!という思いで作っています。ですから、時間制限もありません。。1問に何十分、何時間でも考えて、考える楽しさ、解けたときの喜びを味わって下さい!!

各問へのコメント（あんまりヒントにはなってませんが…）

1 "2009年"問題が2問です。 2 ちなみに、$2009=7\times7\times41$ですね
3 ユニークな設定です。丁寧に調べましょう 4 ヒントは○○○○の三角形です。
5 これはとても綺麗な性質です。まずは少ない所で実験しましょう
6 いろいろ遊んでみて下さい。 7 このままでは考えにくいです。条件をうまく置き換えて下さい。
8 はじめの取っ掛かりが肝心です。「最短」と言っていますが、実は…？
9 つかみどころのない問題です。こういうのは個人的に好み。
10 3:1をうまく利用して下さい。 11 いろいろやってみましょう。綺麗に解けます。
12 とても巧妙なやり方があります。問題は2:3をどう処理するかですが…
13 いろいろ補助線を引いてみて下さい。 14 中点がとても多いのがポイントです。
15 このままではイメージしづらいです。何かに埋め込んだり、分割したり、…

☆ 採点、質問は、文化祭中は受付まで。文化祭終了後は郵送かメールでお願いします。お待ちしております!!

〈郵送〉返信用の切手を同封して下さい。

〒658-0082　神戸市東灘区魚崎北町8-5-1
灘校数学研究部

〈メール〉 nada_suken@hotmail.com

☆ 数研HP（入試模試の過去問もあります）
http://f59.aaa.livedoor.jp/~nadamath/